Fachhochschule Frankfurt am Main -
University of Applied Sciences
Fachbereich 2: Informatik und Ingenieurwissenschaften -
Computer Science and Engineering
Physiklabor

Versuch 4B Pendelversuche

Lernziel: Es werden bei diesem Versuch zwei verschiedene Pendeltypen untersucht:
Am Federpendel soll sowohl statisch als auch dynamisch die Federkonstante ermittelt werden.
Das zweite zu untersuchende Pendel, das Reversionspendel, ist eine besondere Ausführung des Schwerependels und wird zur genauen Bestimmung der Erdbeschleunigung g benutzt.

1. Federpendel

1.1 Grundlagen

Die Kraft F an einer Schraubenfeder in Abhängigkeit von der Auslenkung x kann in einem weiten Bereich durch das Hookesche Gesetz beschrieben werden:

$$F = D\,x \tag{1}$$

Die Größe D ist dabei die Federkonstante mit der Einheit N/m.
Die Schwingungsdauer T (Periode) eines Federpendels ist durch seine Masse m und die Federkonstante D bestimmt:

$$T = 2\,\pi\,[\,m / D\,]^{1/2} \tag{2}$$

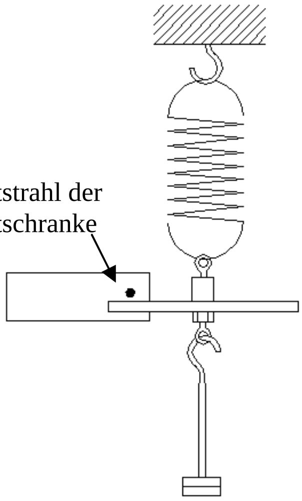
1.2 Durchführung : Statische Messung

Hängen Sie die Feder am oberen Ende des Stativs des Reversionspendels ein und befestigen das Metermaß mit den Magnethaltern am gleichen Stativ. Messen Sie die Auslenkung der Feder in Abhängigkeit von der Schwerkraft der angehängten Massestücke. Erhöhen Sie dabei die Masse in Schritten zu je 10 Gramm in dem Bereich zwischen 10 und 100 Gramm und notieren die Messwerte in Tabellenform.

1.3 Auswertung der statischen Messung

A1: Die Tabellenwerte sind unter Zuhilfenahme des Programms Scidavis in graphischer Form als Punktdiagramm darzustellen. Der Graph soll in der vertikalen Achse die Masse, bzw. die Kraft, und in der waagerechten Achse die Auslenkung enthalten. Aus der Steigung dieses Graphen ist die Federkonstante D zu ermitteln. Das Programm Scidavis ermöglicht es mit der Methode der linearen Regression, sowohl diese Steigung als auch den Fehlerbereich dieser Größe zu ermitteln und die Ausgleichsgerade zu zeichnen. Das Punktdiagramm mit der errechneten Ausgleichsgeraden ist zusammen mit den gesuchten Größen für Federkonstante und Fehler auszudrucken.

1.4 Durchführung der dynamischen Messung



Es ist festzustellen, wie die Periodendauer *T* des Federpendels von der Masse *m* abhängt. Aus Gründen der Messgenauigkeit wird das Fünffache der Periode *T* mit der Gabellichtschranke und einer elektronischen Uhr gemessen. Die Lichtschranke wird dazu in Höhe der Ruhelage des Pendels montiert. Bei jeder Massenänderung ist die Lichtschranke in der Höhe neu zu justieren, damit das Pendel während der Messung bei jeder Periode die Lichtschranke genau zwei Mal unterbricht.
Der Wertebereich der angehängten Massestücke bewegt sich wie bei der statischen Messung zwischen 10 und 100 Gramm. Die Messergebnisse sind in Tabellenform aufzuzeichnen.

Abb. 1 Federpendel und Lichtschranke

1.5 Auswertung der dynamischen Messung

A2: Die Tabellenwerte sind unter Zuhilfenahme des Programms Scidavis grafisch in der Form $m = \mathrm{f}(T)$ als Punktdiagramm darzustellen. Die Auswertung dieser Messkurve soll ebenfalls mit Scidavis vorgenommen werden. Dazu wird ein polynomieller Fit (Ausgleichsparabel) mit den Messwerten des Punktdiagramms durchgeführt. Aus dem Koeffizienten des quadratischen Terms in *T* kann die Federkonstante mit ihrem Fehlerbereich berechnet werden.

2. Reversionspendel

2.1 Grundlagen

Ein Reversionspendel ist ein physikalisches Pendel (Schwerependel), das zwei Aufhängepunkte

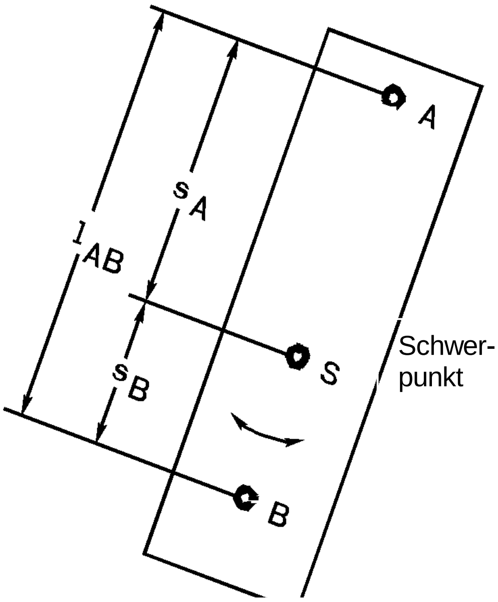


Abb.2 Reversionspendel

besitzt. Wenn es umgedreht wird, kann es um die zweite Aufhängung ebenfalls Schwingungen ausführen. Bei dem hier vorliegenden Pendel sind diese Aufhängungen durch Schneiden realisiert. Eine der beiden Schneiden, die Schneide *A*, ist fest, die andere Schneide *B* kann mittels eines Gewindes in einem Bereich von ca. 100 mm in einer Linie zum Schwerpunkt hin verschoben werden.

Die Periodendauer T_A eines Schwerependels ist durch seine Masse *m*, den Abstand s_A (zwischen Aufhängepunkt *A* und Schwerpunkt *S*) und das Massenträgheitsmoment J_A bezüglich des Aufhängepunktes *A* bestimmt.

Bei kleinen Auslenkungen (sinφ≈φ) gilt für die Periodendauer die Gleichung:

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{mgs_A}} = 2\pi\sqrt{\frac{J_s + m\cdot s_A^2}{mgs_A}} \qquad (3)$$

Dabei wurde das Trägheitsmoment J_A mit dem Satz von Steiner ausgedrückt:

$$J_A = J_s + m\cdot s_A^2 \qquad (4)$$

J_S ist das Massenträgheitsmoment für eine Drehachse durch den Schwerpunkt.

Da die Massenträgheitsmomente und Schwerpunkte beim physikalischen Pendel nicht leicht zu bestimmen sind, kann mit den Gleichungen (3) und (4) die Erdbeschleunigung nicht berechnet werden.

Für die Periodendauer T_B der Schwingungen um die bewegliche Aufhängung *B* gilt entsprechend:

$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{J_s + m\cdot s_B^2}{mgs_B}} \qquad (5)$$

Sind die Periodendauern T_A und T_B für beide Aufhängungen gleich, müssen auch die Argumente der Wurzeln in Gleichung (3) und (5) gleich sein:

$$\frac{J_s + m\,s_A^2}{m\,s_A} = \frac{J_s + m\,s_B^2}{m\,s_B} \tag{6}$$

$$\frac{J_s}{m\,s_A} + s_A = \frac{J_s}{m\,s_B} + s_B \tag{7}$$

Daraus wird durch Subtraktion und Einführung des Hauptnenners:

$$\frac{J_s}{m}\left(\frac{1}{s_A} - \frac{1}{s_B}\right) = \frac{J_s}{m \cdot s_A \cdot s_B}\left(s_B - s_A\right) = s_B - s_A \tag{8}$$

Damit folgt:

$$J_S = m s_A s_B \tag{9}$$

Wird Gleichung (9) in Gleichung (5) für die Periodendauer eingesetzt, gilt:

$$T_P = T_A = T_B = 2\pi\sqrt{\frac{J_s + m s_B^2}{m g s_B}} = 2\pi\sqrt{\frac{s_A + s_B}{g}} \tag{10}$$

Die Messungen am Reversionpendel beruhen deswegen darauf, denjenigen Abstand der Schneiden
$l_{AB} = s_A + s_B$ zu finden, für den gleiche Periodendauern auftreten. Der dann beobachtete Abstand l_{AB} ist identisch mit der reduzierten Pendellänge des Reversionspendels:

$$\boxed{T_P = 2\pi\sqrt{\frac{l_{red}}{g}}} \tag{11}$$

Die reduzierte Pendellänge l_{red} ist diejenige Länge eines Fadenpendels, das die gleiche Periodendauer aufweist wie das betrachtete physikalische Pendel.
Über die Gleichung (11) kann die Erdbeschleunigung g aus der Messung der Periodendauer und des Schneidenabstandes berechnet werden.

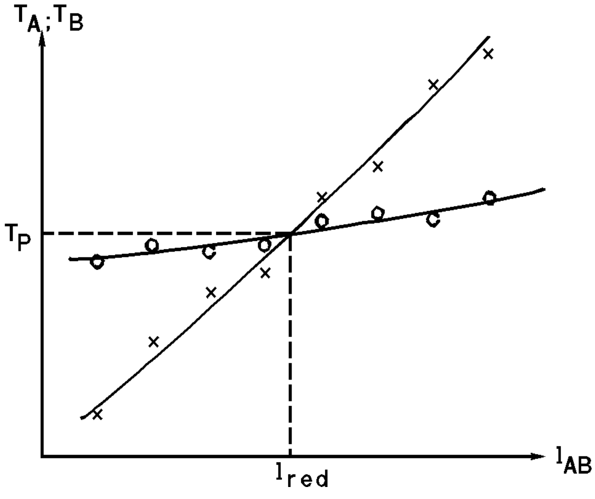


Abb. 3: Periodendauern als Funktion des Schneidenabstandes l_{AB}

2.2 Versuchsdurchführung

Bestimmen Sie mit Hilfe der Gabellichtschranke für verschiedene Schneidenabstände l_{AB} die Schwingungsdauer T_A und T_B jeweils für 5 Schwingungen um die feste bzw. um die bewegliche Schneide. Nehmen Sie die Messwertpaare (T_A , T_B) in dem beweglichen Bereich der Schneide im Abstand von 10 mm auf. Tragen Sie die Messergebnisse so in eine Tabelle ein, dass die Zeiten $5 \cdot T_A$ und 5 T_B jeweils untereinander stehen.

Hinweis!

Beim Anbringen der Gabellichtschranke ist darauf zu achten, dass im Bereich der Spindel leicht Falschmessungen entstehen können. Der Lichtstrahl darf pro Peiode nur zweimal unterbrochen werden.

2.3 Versuchsauswertung

A3: Tragen Sie die Kurven $T_A(l_{AB})$ und $T_B(l_{AB})$ in Millimeterpapier ein (wie in Abb. 3) und bestimmen Sie den Schnittpunkt (T_P, l_{red}) der beiden Kurven.

A4: Berechnen Sie die Erdbeschleunigung g aus den Koordinaten des Schnittpunktes (T_P, l_{red}) Berechnen Sie die Genauigkeit des so ermittelten Wertes von g, indem Sie die Genauigkeit der Lage des Schnittpunktes abschätzen und den Einfluss auf die Erdbeschleunigung mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz ermitteln.